MTA Pre-Regional Mathematical Olympiad (PRMO),2019

Date: August 11, 2019 **Time: 10 AM to 1 PM**

Number of Questions 30: Max Marks: 102

INSTRUCTIONS

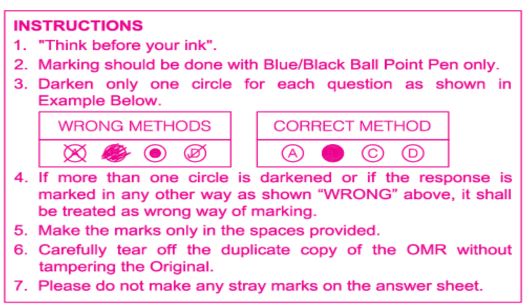
1. Use of mobile phones, smartphones, ipads, calculators, programmable wrist watches is **STRICTLY PROHIBITED.** Only ordinary pens and pencils are allowed inside the examination hall.

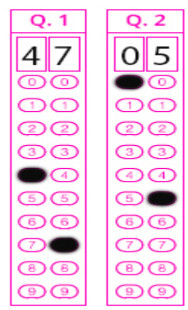
2. The correction is done by machines through scanning. On the OMR Sheet, darken bubbles completely with a black pencil or a black or blue ball pen. Darken the bubbles completely, only after you are sure of your answer; else, erasing may lead to the OMR sheet getting damaged and the machine may not be able to read the answer.

3. The name, email address, and date of birth entered on the OMR sheet will be your login credentials for accessing your PRMO score.

4. Incompletely, incorrectly or carelessly filled information may disqualify your candidature.

5. Each question has a one or two digit number as answer. The first diagram below shows improper and proper way of darkening the bubbles with detailed instructions. The second diagram shows how to mark a 2-digit number and a 1-digit number.





6. The answer you write on OMR sheet is irrelevant. The darkened bubble will be cosidered as your final answer.

7. Questions 1 to 6 carry 2 marks each; questions 7 to 21 carry 3 marks each; questions 22 to 30 carry 5 marks each.

8. All questions are compulsory.

9. There are no negative marks.

10. Do all rough work in the space provided below for it. You also have blank pages at the end of the question paper to continue with rough work.

11. After the exam, you may take away the Candidate's copy of the OMR sheet.

12. Preserve your copy of OMR sheet till the end of current olympiad season. You will need it later for verification purposes.

13. You may take away the question paper after the examination.

(हिन्दी दिशानिर्देश पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ पर हैं)

1. From a square with sides of length 5, triangular pieces from the four corners are removed to form a regular octagon. Find the area **removed** to the nearest integer?

2. Let $f(x) = x^2 + ax + b$. If for all nonzero real x

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$$

and the roots of $f(x) = 0$ are integers, what is the value of $a^2 + b^2$?

3. Let x_1 be a positive real number and for every integer $n \geq 1$ let $x_{n+1} = 1 + x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n$. If $x_5 = 43$, what is the sum of digits of the largest prime factor of x_6?

4. An ant leaves the anthill for its morning exercise. It walks 4 feet east and then makes a 160° turn to the right and walks 4 more feet. It then makes another 160° turn to the right and walks 4 more feet. If the ant continues this pattern until it reaches the anthill again, what is the distance in feet it would have walked?

5. Five persons wearing badges with numbers $1, 2, 3, 4, 5$ are seated on 5 chairs around a circular table. In how many ways can they be seated so that no two persons whose badges have consecutive numbers are seated next to each other? (Two arrangements obtained by rotation around the table are considered different.)

6. Let $\overline{abc}$ be a three digit number with nonzero digits such that $a^2 + b^2 = c^2$. What is the largest possible prime factor of $\overline{abc}$?

SPACE FOR ROUGH WORK

1. एक वर्ग जिसकी भुजाओं की लम्बाई 5 है, उसके चारों कोनों से त्रिभुजाकार टुकड़े काट कर एक नियमित अष्टभुज बनाया जाता है। कितना क्षेत्रफल हटाया गया है, उसका मान सबसे करीबी पूर्णांक तक ज्ञात करो।

2. मान लो कि $f(x) = x^2 + ax + b$ है। यदि सभी अशून्य वास्तविक संख्या x के लिए

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$$

और $f(x) = 0$ के सभी हल पूर्णांक हैं, तो $a^2 + b^2$ का मान क्या है?

3. मान लो कि x_1 एक धनात्मक वास्तविक संख्या है और सभी $n \geq 1$ पूर्णांकों के लिए $x_{n+1} = 1 + x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n$ है। अगर $x_5 = 43$ तो x_6 के सबसे बड़े अभाज्य गुणनखंड के अंकों (digits) का योग ज्ञात करो।

4. एक चींटी अपनी बांबी से सुबह के व्यायाम के लिए निकलती है। वह 4 फुट पूरब की ओर चलती है, फिर $160°$ दाएँ ओर मुड़ कर 4 फुट और चलती है। फिर वह एक बार और $160°$ दाएँ ओर मुड़ कर 4 फुट चलती है। अगर चींटी इसी क्रम में चलती रहती तो वापिस अपनी बांबी तक पहुंचने में उसने कुल कितनी दूरी (फुट में) चली होती?

5. पाँच बिल्ले, जिनपर $1, 2, 3, 4, 5$ लिखा है, पहने हुए पाँच लोग एक गोल मेज के चारों तरफ पाँच कुर्सियों पर बैठे हैं। वह ऐसी कितनी तरह से बैठ सकते हैं, जिससे कि कोई भी दो लोग जिनके बिल्ले पर लिखी संख्याएँ क्रमागत हों, वह अगल-बगल ना बैठे हों? (एक बैठने का तरीका जो किसी दूसरे तरीके को घुमा देने से मिलता हो, उसे दूसरे तरीके से भिन्न माना जाएगा।)

6. मान लो कि $\overline{abc}$ तीन अंकों की ऐसी संख्या है, जिसके अंक अशून्य हैं व $a^2 + b^2 = c^2$ है। $\overline{abc}$ का सबसे बड़ा अभाज्य गुणनखंड क्या संभव है?

रफ़ कार्य के लिए जगह

7. On a clock, there are two instants between 12 noon and 1 PM, when the hour hand and the minute hand are at right angles. The difference *in minutes* between these two instants is written as $a + \frac{b}{c}$, where a, b, c are positive integers, with $b < c$ and b/c in the reduced form. What is the value of $a + b + c$?

8. How many positive integers n are there such that $3 \leq n \leq 100$ and $x^{2^n} + x + 1$ is divisible by $x^2 + x + 1$?

9. Let the rational number p/q be closest to but not equal to $22/7$ among all rational numbers with denominator < 100. What is the value of $p - 3q$?

10. Let ABC be a triangle and let Ω be its circumcircle. The internal bisectors of angles A, B and C intersect Ω at A_1, B_1, and C_1, respectively, and the internal bisectors of angles A_1, B_1 and C_1 of the triangle $A_1B_1C_1$ intersect Ω at A_2, B_2 and C_2, respectively. If the smallest angle of triangle ABC is $40°$, what is the magnitude of the smallest angle of triangle $A_2B_2C_2$ in degrees?

11. How many distinct triangles ABC are there, up to similarity, such that the magnitudes of angles A, B and C in degrees are positive integers and satisfy

$$\cos A \cos B + \sin A \sin B \sin kC = 1$$

for some positive integer k, where kC does not exceed $360°$?

SPACE FOR ROUGH WORK

7. एक घड़ी में दोपहर 12 बजे और दोपहर 1 बजे के बीच में दो बार ऐसा होता है जब घंटे की सूंई और मिनट की सूंई एक दूसरे के लम्ब होती है। इन दो समय के बीच में मिनटों में अंतर $a + \frac{b}{c}$ की तरह लिखें, जहाँ a, b, c धनात्मक पूर्णांक हैं, $b < c$, व b/c भिन्न का न्यूनतम रूप (reduced form या simplest form) है। $a + b + c$ का मान क्या है?

8. ऐसे कितने धनात्मक पूर्णांक n हैं जिनके लिए $3 \leq n \leq 100$ व संख्या $x^{2^n} + x + 1$ संख्या $x^2 + x + 1$ से भाज्य है?

9. मान लो कि p/q ऐसा भिन्न है जो ऐसे भिन्न जिनका हर (denominator) < 100 हो और जो $22/7$ से अलग हों, उनमें $22/7$ के सबसे करीब पड़ता है। तो $p - 3q$ का मान क्या होगा?

10. मान लो कि ABC एक त्रिभुज है और Ω उसका बहिवृत्त है। कोण A, B व C के अन्तःसमद्विभाजक Ω से क्रमशः A_1, B_1 व C_1 में मिलते हैं और त्रिभुज $A_1B_1C_1$ के कोण A_1, B_1 व C_1 के अन्तःसमद्विभाजक Ω से क्रमशः A_2, B_2, C_2 में मिलते हैं। अगर त्रिभुज ABC का सबसे छोटा कोण $40°$ है तो त्रिभुज $A_2B_2C_2$ के सबसे छोटे कोण का मान डिग्री (degree) में क्या होगा?

11. ऐसे कितने अलग-अलग (मतलब असमरूप) त्रिभुज ABC हैं जिनमें कोण A, B व C का डिग्री में मान धनात्मक पूर्णांक है, और जो

$$\cos A \cos B + \sin A \sin B \sin kC = 1$$

समीकरण को किसी धनात्मक पूर्णांक k के लिए संतुष्ट करते हैं, जहाँ kC का मान $360°$ से ज्यादा नहीं है?

रफ़ कार्य के लिए जगह

12. A natural number $k > 1$ is called *good* if there exist natural numbers

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_k$$

such that

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{a_k}} = 1.$$

Let $f(n)$ be the sum of the first n *good* numbers, $n \geq 1$. Find the sum of all values of n for which $f(n+5)/f(n)$ is an integer.

13. Each of the numbers $x_1, x_2, \ldots, x_{101}$ is ± 1. What is the smallest positive value of $\sum_{1 \leq i < j \leq 101} x_i x_j$?

14. Find the smallest positive integer $n \geq 10$ such that $n + 6$ is a prime and $9n + 7$ is a perfect square.

15. In how many ways can a pair of parallel diagonals of a regular polygon of 10 sides be selected?

16. A pen costs Rs. 13 and a note book costs Rs. 17. A school spends exactly Rs. 10000 in the year 2017-18 to buy x pens and y note books such that x and y are as close as possible (i.e., $|x - y|$ is minimum). Next year, in 2018-19, the school spends a little more than Rs. 10000 and buys y pens and x note books. How much **more** did the school pay?

SPACE FOR ROUGH WORK

12. किसी प्राकृतिक संख्या $k > 1$ को हम अच्छा कहेंगे अगर ऐसी प्राकृतिक संख्याएँ

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_k$$

मौजूद हों जिससे कि

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_k}} = 1$$

हो। मान लो कि $n \geq 1$ के लिए $f(n)$ पहली n अच्छी संख्याओं का योग है। ऐसी सभी संख्याओं n का योग ज्ञात करो जिनके लिए $f(n+5)/f(n)$ एक पूर्णांक है।

13. $x_1, x_2, \ldots, x_{101}$ में हर एक संख्या ± 1 है। $\sum_{1 \leq i < j \leq 101} x_i x_j$ का न्यूनतम धनात्मक मान क्या है?

14. ऐसा सबसे छोटा धनात्मक पूर्णांक $n \geq 10$ ज्ञात करो जहाँ $n+6$ अभाज्य हो और $9n+7$ एक पूर्ण वर्ग हो।

15. नियमित दसभुज के विकर्णों के ऐसे कितने जोड़े चुने जा सकते हैं जिसमें कि दोनों विकर्ण समानांतर हों?

16. एक पेन का मूल्य रु॰ 13 है व एक कापी का मूल्य रु॰ 17 है। एक स्कूल 2017-18 में x पेन और y कापियाँ खरीदने में ठीक रु॰ 10000 खर्च करता है, ऐसे कि x व y जितना हो सकें उतना करीब हों (माने कि $|x-y|$ न्यूनतम हो)। अगले साल, 2018-19 में, स्कूल रु॰ 10000 से थोड़ा ज्यादा खर्च करता है, और y पेन व x कापियाँ खरीदता है। स्कूल ने कितना ज्यादा खर्च किया?

रफ़ कार्य के लिए जगह

17. Find the number of ordered triples (a, b, c) of positive integers such that $30a+50b+70c \leq 343$.

18. How many ordered pairs (a, b) of positive integers with $a < b$ and $100 \leq a, b \leq 1000$ satisfy $\gcd(a, b) : \text{lcm}(a, b) = 1 : 495$?

19. Let AB be a diameter of a circle and let C be a point on the segment AB such that $AC : CB = 6 : 7$. Let D be a point on the circle such that DC is perpendicular to AB. Let DE be the diameter through D. If $[XYZ]$ denotes the area of the triangle XYZ, find $[ABD]/[CDE]$ to the nearest integer.

20. Consider the set E of all natural numbers n such that when divided by 11,12, 13, respectively, the remainders, in that order, are distinct prime numbers in an arithmetic progression. If N is the largest number in E, find the sum of digits of N.

21. Consider the set $E = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. For any partition $\{A, B\}$ of E, with both A and B non-empty, consider the number obtained by adding the product of elements of A to the product of elements of B. Let N be the largest prime number among these numbers. Find the sum of the digits of N.

SPACE FOR ROUGH WORK

17. धनात्मक पूर्णांकों के ऐसे कितने क्रमवार समुच्चय (a, b, c) हैं जिनके लिए $30a + 50b + 70c \leq 343$ है?

18. धनात्मक पूर्णांकों के ऐसे कितने क्रमवार जोड़े (a, b) हैं जहाँ $a < b$ व $100 \leq a, b \leq 1000$ और जिनके लिए $\gcd(a, b) : \text{lcm}(a, b) = 1 : 495$? (यहाँ gcd = म॰स॰ = महत्तम समापवर्तक, lcm = ल॰स॰ = लघुत्तम समापवर्त्य।)

19. मान लो कि AB एक वृत्त का व्यास है और मान लो कि C रेखाखंड AB पर ऐसा बिंदु है जिससे कि $AC : CB = 6 : 7$ है। मान लो कि D वृत्त पर एक ऐसा बिंदु है कि DC खंड AB पर लंब है। मान लो कि DE बिंदु D से गुजरता हुआ वृत्त का व्यास है। अगर $[XYZ]$ से हमारा मतलब त्रिभुज XYZ का क्षेत्रफल है तो $[ABD]/[CDE]$ का मान सबसे करीबी पूर्णांक तक ज्ञात करो।

20. मान लो कि E ऐसी प्राकृतिक संख्याओं n का समुच्चय है जिन्हें 11, 12, 13 से भाग देने पर मिलने वाले शेष ऐसी अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ हैं जो इसी क्रम में समान्तर श्रेणी में हैं। अगर N समुच्चय E की सबसे बड़ी संख्या है तो N के अंकों का योग ज्ञात करो।

21. समुच्चय $E = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ को लो। E के किसी भी विभाजन $\{A, B\}$ के लिए, जहाँ A और B दोनों अरिक्त हैं, A के सदस्यों के गुणनफल का B के सदस्यों के गुणनफल से योग लेने पर मिलने वाली संख्या को लो। N इन सभी संख्याओं में सबसे बड़ा अभाज्य है। N के अंकों (digits) का योग ज्ञात करो।

रफ़ कार्य के लिए जगह

22. What is the greatest integer not exceeding the sum $\sum_{n=1}^{1599} \frac{1}{\sqrt{n}}$?

23. Let $ABCD$ be a convex cyclic quadrilateral. Suppose P is a point in the plane of the quadrilateral such that the sum of its distances from the vertices of $ABCD$ is the least. If

$$\{PA, PB, PC, PD\} = \{3, 4, 6, 8\},$$

what is the maximum possible area of $ABCD$?

24. A $1 \times n$ rectangle ($n \geq 1$) is divided into n unit (1×1) squares. Each square of this rectangle is coloured red, blue or green. Let $f(n)$ be the number of colourings of the rectangle in which there are an even number of red squares. What is the largest prime factor of $f(9)/f(3)$? (The number of red squares can be zero.)

25. A village has a circular wall around it, and the wall has four gates pointing north, south, east and west. A tree stands outside the village, 16 m north of the north gate, and it can be *just* seen appearing on the horizon from a point 48 m east of the south gate. What is the diameter, in meters, of the wall that surrounds the village?

26. Positive integers x, y, z satisfy $xy + z = 160$. Compute the smallest possible value of $x + yz$.

SPACE FOR ROUGH WORK

22. ऐसा सबसे बड़ा पूर्णांक ज्ञात करो जो कि योग $\sum_{n=1}^{1599} \frac{1}{\sqrt{n}}$ से बड़ा ना हो।

23. मान लो कि $ABCD$ एक उत्तल (convex) चक्रीय (cyclic) चतुर्भुज है। मान लो कि P चतुर्भुज के तल में ऐसा बिंदु है जिसकी चतुर्भुज $ABCD$ के शीर्षों से दूरियों का योग न्यूनतम है। अगर

$$\{PA, PB, PC, PD\} = \{3, 4, 6, 8\}$$

तो $ABCD$ का अधिकतम संभव क्षेत्रफल कितना है?

24. एक $1 \times n$ आयत $(n \geq 1)$ को n इकाई (1×1) वर्गों में बाँट देते हैं। इस आयत के हर वर्ग को लाल, नीला या हरा रंग देते हैं। मान लो कि $f(n)$ वह संख्या है जितने तरीकों से ऐसे रंग सकते हैं कि लाल रंग के आयतों की संख्या सम हो। $f(9)/f(3)$ का सबसे बड़ा अभाज्य गुणनखंड क्या है? (लाल वर्गों की संख्या शून्य हो सकती है।)

25. एक गाँव के चारों तरफ एक गोल दीवार है जिसमें पूरब, पश्चिम, उत्तर व दक्षिण की तरफ चार द्वार हैं। गाँव के बाहर लगा एक पेड़ उत्तर द्वार के 16 मी॰ उत्तर में है और वह दक्षिण द्वार के 48 मी॰ पूरब स्थित बिन्दु से बस क्षितिज पर उभरता हुआ थोड़ा सा दिखाई देता है। गाँव को घेरती हुई दीवार का मीटर में व्यास क्या है?

26. धनात्मक पूर्णांक x, y, z समीकरण $xy + z = 160$ को संतुष्ट करते हैं। $x + yz$ का न्यूनतम संभव मान ज्ञात करो।

रफ़ कार्य के लिए जगह

27. We will say that a rearrangement of the letters of a word has *no fixed letters* if, when the rearrangement is placed directly below the word, no column has the same letter repeated. For instance, $HBRATA$ is a rearrangement with no fixed letters of $BHARAT$. How many distinguishable rearrangements with no fixed letters does $BHARAT$ have? (The two As are considered identical.)

28. Let ABC be a triangle with sides 51, 52, 53. Let Ω denote the incircle of $\triangle ABC$. Draw tangents to Ω which are parallel to the sides of ABC. Let r_1, r_2, r_3 be the inradii of the three corner triangles so formed. Find the largest integer that does not exceed $r_1 + r_2 + r_3$.

29. In a triangle ABC, the median AD (with D on BC) and the angle bisector BE (with E on AC) are perpendicular to each other. If $AD = 7$ and $BE = 9$, find the integer nearest to the area of triangle ABC.

30. Let E denote the set of all natural numbers n such that $3 < n < 100$ and the set $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ can be partitioned in to 3 subsets with equal sums. Find the number of elements of E.

SPACE FOR ROUGH WORK

27. हम कहेंगे कि किसी शब्द के अक्षरों के क्रमचय में कोई स्थिर अक्षर नहीं है अगर, जब हम क्रमचय को शब्द के ठीक नीचे लिखें, तो किसी भी स्तंभ में एक ही अक्षर ऊपर नीचे दोनों जगह नहीं होगा। जैसे कि शब्द $B\ H\ A\ R\ A\ T$ के क्रमचय $H\ B\ R\ A\ T\ A$ में कोई स्थिर अक्षर नहीं है। $B\ H\ A\ R\ A\ T$ के अलग-अलग ऐसे कितने क्रमचय हैं जिनमें कोई स्थिर अक्षर नहीं है? (यहाँ मानेंगे कि दोनों A में कोई भेद नहीं है।)

28. मान लो कि ABC एक त्रिभुज है जिसकी भुजाओं का मान 51, 52, 53 है। मान लो कि Ω त्रिभुज $\triangle ABC$ का अंतःवृत्त है। Ω के वह स्पर्शक बनाओ जो कि ABC की भुजाओं के समानांतर हैं। मान लो कि कोनों पर बने तीन त्रिभुजों का अंतःव्यास r_1, r_2, r_3 है। ऐसा अधिकतम पूर्णांक कौनसा होगा जो $r_1 + r_2 + r_3$ के मान से ज्यादा न हो?

29. एक त्रिभुज ABC में मध्यिका AD (जहाँ D भुजा BC पर है) और कोण-समद्विभाजक BE (जहाँ E भुजा AC पर है) लम्ब हैं। अगर $AD = 7$ व $BE = 9$ तो ABC के क्षेत्रफल के सबसे करीबी पूर्णांक का मान ज्ञात करो।

30. मान लो कि E ऐसी प्राकृतिक संख्यों n का समुच्चय है जिनके लिए $3 < n < 100$ और जिनके लिए समुच्चय $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ को ऐसे तीन उपसमुच्चयों में विभाजित किया जा सकता है जिनका योग बराबर है। E के सदस्यों की संख्या ज्ञात करो।

रफ़ कार्य के लिए जगह

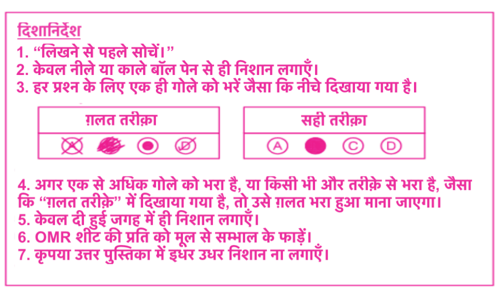
MTA-IAPT पूर्व-क्षेत्रीय गणित ओलम्पियाड (PRMO), 2019

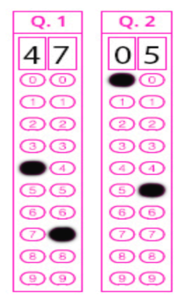
<u>दिनांक</u>: अगस्त 11, 2019 — <u>समय</u>: 10:00 प्रातः से 01:00 दोपहर

<u>कुल प्रश्न</u>: 30 — <u>अधिकतम अंक</u>: 102

दिशानिर्देश

1. मोबाइल फ़ोन, स्मार्टफ़ोन, टैब्लेट-कम्प्यूटर, कैलकुलेटर, प्रोग्रामेबल घड़ी आदि का प्रयोग <u>पूर्णतः वर्जित</u> है। केवल साधारण पेन व पेंसिल ही परीक्षा केंद्र में ले जा सकते हैं।
2. उत्तरों की जाँच मशीनों से होगी। OMR शीट पर बुलबुलों को काली पेंसिल या फिर नीले या काले पेन से पूरी तरह भरें। उत्तर सुनिश्चित करने के बाद ही बुलबुलों को भरें; वरना मिटाने पर OMR शीट ख़राब हो सकती है जिससे कि मशीन उत्तर नहीं पढ़ पाएगी।
3. OMR शीट पर आपके द्वारा दिए जाने वाले नाम, ईमेल-आईडी व जन्मतिथि के ज़रिए लॉगिन करके आप PRMO का परिणाम देख सकेंगे।
4. अपूर्ण/ग़लत या ध्यान से नहीं भरी गई जानकारी की वजह से आप इस परीक्षा में अमान्य घोषित हो सकते हैं।
5. हर प्रश्न का उत्तर 1 या 2 अंकों की संख्या है। पहले पृष्ठ के पहले चित्र में बुलबुले भरने के सही व ग़लत तरीक़े, निर्देशों के साथ दर्शाए गए हैं। दूसरे चित्र में दर्शाया गया है कि 1-अंक व 2-अंक की संख्या को कैसे चिन्हित करेंगे।





6. OMR शीट पर लिखा गया उत्तर किसी काम का नहीं है। भरे हुए बुलबुले ही आपका उत्तर माने जाएँगे।
7. प्रश्न 1 से प्रश्न 6 तक हर सही उत्तर पर 2 अंक (marks) मिलेंगे, प्रश्न 7 से प्रश्न 21 तक हर सही उत्तर पर 3 अंक (marks) मिलेंगे व प्रश्न 22 से प्रश्न 30 तक हर सही उत्तर पर 5 अंक मिलेंगे।
8. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
9. कोई ऋणात्मक अंक (negative marks) नहीं हैं।
10. सभी रफ़ कार्य प्रश्नों के नीचे दी गई ख़ाली जगह में करें। आपके पास प्रश्न-पत्र के अंत में भी रफ़ कार्य के लिए ख़ाली जगह है।
11. परीक्षा के बाद परीक्षार्थियों के लिए चिन्हित OMR शीट की प्रति आप ले जा सकते हैं।
12. अपनी OMR शीट की प्रति इस बार के ओलम्पियाड ख़त्म होने तक सम्भाल कर रखें। इसकी बाद में ज़रूरत पड़ेगी।
13. परीक्षा के उपरांत आप अपना प्रश्न पत्र अपने साथ ले जा सकते हैं।

Answer Key to PRMO-2019

Qn No.	**ANS**	Qn No.	**ANS**	Qn No.	**ANS**
1	04	11	06	21	17
2	13	12	18	22	78
3	13	13	10	23	55
4	36	14	53	24	37
5	10	15	45	25	48
6	29	16	40	26	50
7	51	17	30	27	84
8	49	18	20	28	15
9	14	19	13	29	47
10	55	20	–	30	64